

Klausur

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und Dr. Jan Fricke
www.countnumber.de

7. Juli 2008

Aufgabe 1. Eine Bande von 17 Räubern stahl einen Sack mit Goldstücken. Als sie ihre Beute in gleiche Teile teilen wollten, blieben 3 Goldstücke übrig. Beim Streit darüber, wer ein Goldstück mehr erhalten sollte, wurde ein Räuber erschlagen. Jetzt blieben bei der Verteilung 10 Goldstücke übrig. Erneut kam es zum Streit, und wieder verlor einer der Räuber sein Leben. Jetzt ließ sich endlich die Beute gleichmäßig verteilen. Wie viele Goldstücke waren mindestens im Sack?

Aufgabe 2. Endziffern von xxx^{yyy} .

Aufgabe 3. Man bestimme alle natürlichen Zahlen n mit

1. $\varphi(n) = 18$ und
2. $\varphi(n) = 26$.

Aufgabe 4. Man bestimme alle natürlichen Zahlen, die durch 42 teilbar sind und genau 42 Teiler haben.

Hinweis: Zur Angabe der Ergebnisse reicht es, die Primzahlzerlegung anzugeben, die Zahlen müssen nicht ausmultipliziert werden.

Aufgabe 5. Es sei $F(n)$ die Anzahl der ungeraden Teiler von n .

1. Zeigen Sie, dass F eine multiplikative zahlentheoretische Funktion ist.
2. Ist F stark multiplikativ?
3. Bestimmen Sie diejenige zahlentheoretische Funktion f , deren summatorische Funktion F ist.
4. Ist f multiplikativ? Ist f stark multiplikativ?

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die reellen Zahlen, die zu den folgenden Kettenbruchentwicklungen gehören.

1. $x = [2, 12, 2, 12, 2, 12, \dots]$.
2. $y = [6, 2, 12, 2, 12, 2, 12, \dots]$.

Aufgabe 7. Bestimmen Sie alle rationalen Lösungen (x, y) der Gleichung $x^2 + xy + y^2 = 3$.

Aufgabe 8. Primitivwurzel?

Aufgabe 9. Bestimmen Sie, ob $65536!$ eine Quadrazahl modulo 65537 ist.