

Name:	Matrikelnummer:
Studiengang: BA (CSE/INF/WM) MA (CSE/INF/WM) LA(GYM/CHR/SEKII)	Geburtsdatum:
Adresse:	E-mail Adresse:

Es sind keine Taschenrechner erlaubt!

Aufgabe 1 (2+4 Punkte)

1. Berechnen Sie $37^{2002} \pmod{15}$.
2. Geben Sie alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$x^2 - 9x + 15 \equiv 0 \pmod{119}$$

an.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte) Entscheiden Sie, welche der beiden Kongruenzen lösbar bzw. unlösbar sind. Im Falle der Lösbarkeit geben Sie eine Lösung an, im anderen Fall eine Begründung für die Unlösbarkeit.

1. $21x \equiv 1 \pmod{189}$
2. $13x \equiv 7 \pmod{168}$

Aufgabe 3 (3 Punkte) Berechnen Sie die Kettenbruchentwicklung von $3 + \sqrt{15}$.

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie mittels des quadratischen Reziprozitätsgesetzes das Legendre-Symbol $\left(\frac{221}{137}\right)$.

Aufgabe 5 (5 Punkte) Entscheiden Sie, ob die folgende diophantische Gleichung eine nichttriviale Lösung besitzt:

$$23x^2 + 17y^2 = 5z^2$$

Aufgabe 6 (4 Punkte) Bestimmen Sie alle rationalen Lösungen der Gleichung $x^2 + 4y^2 = 1$.

Aufgabe 7 (5 Punkte) Sei $E : y^2 = x^3 + 3x + 5$ eine elliptische Kurve. Berechnen Sie $A + B$ gemäß der in der Vorlesung definierten Addition für die Punkte $A = (-1, 1)$ und $B = (4, 9)$.